
Laboratoire des Matériaux et des Structures du Génie Civil
Unité Mixte de Recherche 113 LCPC-ENPC-CNRS

PROJET NATIONAL A.S.I.R.I

Thème 4 : modélisation numérique

METHODE DE CALCUL SIMPLIFIEE MULTIPHASIQUE DES OUVRAGES EN SOLS RENFORCES PAR INCLUSIONS RIGIDES

(Lettre de commande n° LC/07/ASI/46(2TB))

P. de BUHAN, G. HASSEN

Décembre 2007

SOMMAIRE

1. Introduction.....	4
2. L'approche par homogénéisation et ses limites.....	6
3. Le sol renforcé vu sous l'angle d'un milieu biphasique.....	10
<i>3.1. Contraintes et équilibre par phase</i>	
<i>3.2. Comportement de chaque phase et lois d'interaction</i>	
4. Mise en œuvre du modèle biphasique.....	14
5. Identification numérique des paramètres d'interaction du modèle biphasique.....	17
6. Un exemple d'application.....	21
7. Conclusion.....	24
8. Références.....	25

* *
 *
 *

1. Introduction

Le renforcement de sols de fondation de qualité médiocre, en raison notamment de leur grande compressibilité, par des inclusions «rigides» verticales (parfois désignées dans le cas d'inclusions semi-rigides sous l'appellation de «colonnes à module contrôlé» (CMC): Liauzu et Pezot, 2001), connaît depuis quelques années un essor important (Alexiew et Vogel, 2002 ; Briançon, 2003 ; Briançon *et al.*, 2004 ; Lacazedieu *et al.*, 2004 ; Jenck *et al.*, 2005). Cette technique consiste à transférer la charge due à l'ouvrage placé en surface vers une couche de sol de bien meilleure qualité (substratum), par la combinaison d'un matelas granulaire de répartition placé entre l'ouvrage et la couche de sol compressible, et l'incorporation d'inclusions cylindriques verticales, généralement fabriquées en béton, disposées selon un maillage régulier au sein de la couche compressible, comme schématisé sur la figure 1. Ce type de renforcement est à distinguer des fondations mixtes, dans lesquelles les inclusions sont reliées en tête à une semelle de radier, ainsi que par exemple du procédé de renforcement retenu pour stabiliser les fondations des piles du pont de Rion-Antirion en zone sismique (Pecker, 1998 ; Pecker et Teyssandier, 1998), où les inclusions de renforcement sont des tubes métalliques «flottants», c'est-à-dire sans contact avec un substratum.

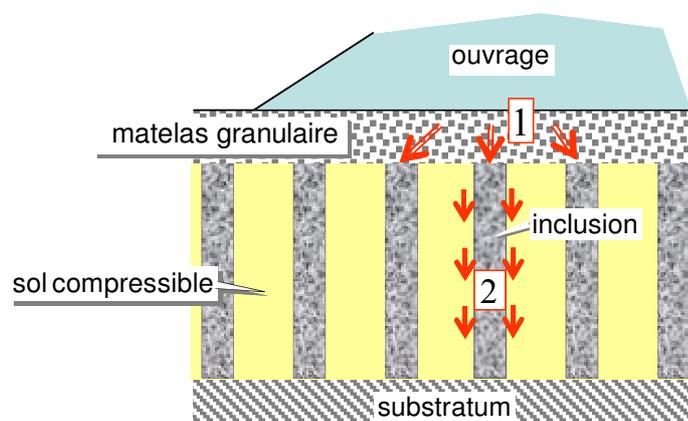


Figure1. Schéma de principe de la technique de renforcement d'un sol de fondation par inclusions rigides

Sur un plan qualitatif, les mécanismes gouvernant un tel report de charge sont de deux types. Par «effet de voûte» tout d'abord au sein du matelas granulaire, une part significative de la charge est reprise par les têtes d'inclusions (1), tandis que par le biais du frottement latéral entre le sol et les inclusions (effet d'«accrochage» ou de frottement négatif: 2), les inclusions viennent progressivement

reprandre une part croissante de cette charge, soulageant ainsi d'autant le sol compressible, et réduisant corrélativement dans des proportions importantes le tassement global de la couche de fondation (Combarieu, 1988).

L'analyse et la prise en compte de ces mécanismes d'un point de vue quantitatif est indispensable pour qui veut parvenir à une méthode rationnelle de calcul et de dimensionnement de ce type d'ouvrages, en ce qui concerne notamment la réduction de tassement que l'on est en droit d'attendre de cette technique de renforcement. Elle se révèle néanmoins très complexe, dans la mesure où, se référant par exemple à une méthode de calcul par éléments finis, elle nécessite une discrétisation fine tridimensionnelle des inclusions et du sol environnant, aboutissant ainsi très rapidement à des problèmes numériques insurmontables, ou tout au moins incompatibles avec l'exigence d'un dimensionnement rapide de l'ouvrage.

Dans le but de surmonter de telles difficultés, la présente contribution propose un modèle de calcul simplifié, qualifié de modèle «multiphasique», qui s'inspire d'une approche par homogénéisation, tout en remédiant aux insuffisances de cette dernière. Ce modèle tire partie de deux caractéristiques majeures de ce type de renforcement :

- a) La distribution des inclusions au sein du massif est périodique.
- b) L'échelle caractéristique du renforcement (espacement entre deux inclusions voisines par exemple) peut être raisonnablement considérée comme inférieure (mais pas nécessairement très inférieure) aux dimensions d'ensemble de l'ouvrage.

Nous verrons comment l'utilisation d'un tel modèle de calcul, sous réserve d'en avoir préalablement identifié les paramètres constitutifs, conduit alors à une diminution radicale des temps de calcul nécessaires à la simulation du comportement de l'ouvrage, et notamment à l'évaluation de ses tassements, par rapport à une méthode consistant à traiter directement le sol renforcé comme un milieu composite. L'étude est ici conduite dans l'hypothèse où le comportement des différents matériaux (sol, renforcements, matelas granulaire) est supposé élastique linéaire.

2. L'approche par homogénéisation et ses limites

On s'intéresse à l'analyse du tassement d'une couche d'épaisseur H , constituée d'un sol homogène élastique, de module d'Young E_s et coefficient de Poisson ν_s , surmontée d'un matelas d'épaisseur h en matériau granulaire de caractéristiques E_g et ν_g , et renforcée par un groupe d'inclusions verticales cylindriques de rayon ρ , disposées selon un maillage périodique carré de côté e , égal à l'entre axe entre les inclusions (figure 2). On désigne par E_b et ν_b les caractéristiques élastiques du matériau constitutif des ces inclusions (béton). L'ensemble est soumis à une surcharge uniforme de densité égale à q .

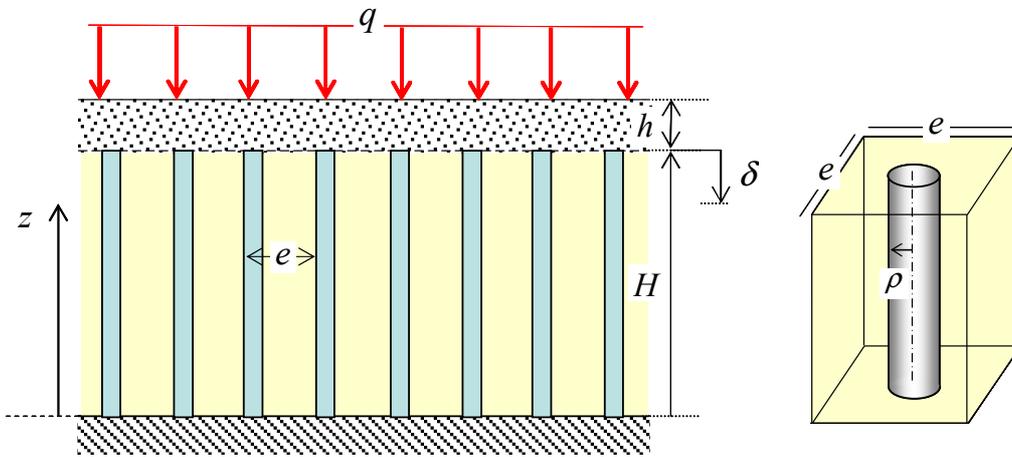


Figure 2. Analyse du tassement sous charge uniforme d'une couche de sol renforcée par une distribution régulière d'inclusions rigides

L'application d'une méthode d'homogénéisation classique pour traiter un tel problème consiste à substituer au sol renforcé composite un *milieu homogène anisotrope équivalent* dont on peut déterminer les coefficients d'élasticité à partir de ceux des constituants (sol et renforcement), ainsi que de la fraction volumique du matériau de renforcement définie par :

$$\eta = \frac{\pi\rho^2}{e^2} \quad (1)$$

Compte tenu du fait que cette dernière est faible (inférieure à quelques pourcents), tandis que le module du béton constitutif du renforcement est bien plus grand que celui du sol ($E_b \gg E_s$), on peut

montrer (voir par exemple Greuell *et al.*, 1994, ainsi que Bernaud *et al.*, 1995, où cette méthode est appliquée aux tunnels renforcés par boulonnage) que le module oedométrique du sol renforcé dans la direction verticale, c'est-à-dire dans la direction du renforcement, s'écrit tout simplement :

$$E_{hom}^{oed} = E_s^{oed} + \eta E_b \quad (2)$$

où E_s^{oed} est le module oedométrique du sol en l'absence de renforcement, défini par :

$$E_s^{oed} = E_s \frac{(1 - \nu_s)}{(1 + \nu_s)(1 - 2\nu_s)} \quad (3)$$

Dans ces conditions il est facile de voir que, sous l'action de la surcharge q , le tassement en surface ($z=H$) de la couche de sol non renforcée est tout simplement :

$$\delta_0 = H \frac{q}{E_s^{oed}} \quad (4)$$

tandis que celui de la couche renforcée s'écrit :

$$\delta = H \frac{q}{E_{hom}^{oed}} = \frac{\delta_0}{(1 + \eta E_b / E_s^{oed})} \quad (5)$$

Cette méthode permet en outre d'accéder à la proportion du chargement qui est reprise par les inclusions de renforcement. En effet la contrainte verticale totale (ou macroscopique) peut s'écrire¹ :

$$\Sigma_{zz} = -q = -E_{hom}^{oed} \frac{\delta}{H} = \underbrace{-E_s^{oed} \frac{\delta}{H}}_{q_s} - \underbrace{\eta E_b \frac{\delta}{H}}_{q_r} \quad (6)$$

où le terme q_r représente l'effort de compression repris par les inclusions de renforcement calculé par unité de surface transversale, puisque :

¹ On adopte dans tout ce qui suit la convention des contraintes de traction comptées positivement

$$q_r = \frac{(\pi\rho^2)E_b(\delta/H)}{e^2} = \frac{N_r}{e^2} \quad (7)$$

Désignant par $\lambda = q_r/q$ la fraction du chargement repris par les inclusions de renforcement, que nous appellerons facteur de report de charge, l'application de la méthode d'homogénéisation conduit en définitive l'évaluation suivante de ce facteur sans dimension :

$$\lambda = \frac{\eta E_b}{E_{hom}^{oed}} = \frac{1}{1 + E_s^{oed} / \eta E_b} \quad (8)$$

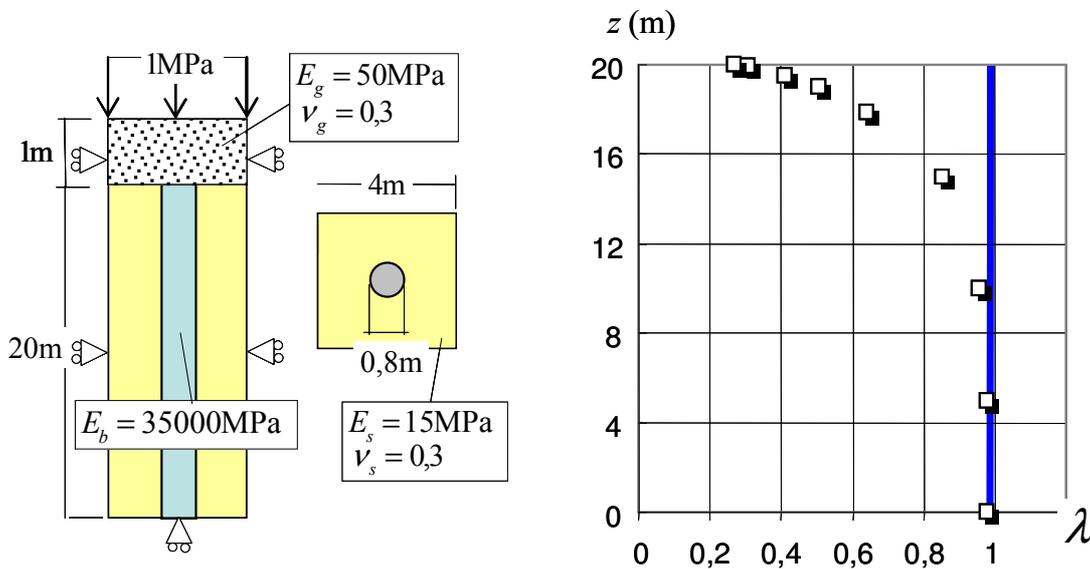


Figure 3. Comparaison des facteurs de report de charge calculés respectivement par la méthode d'homogénéisation et la méthode des éléments finis (Rospars *et al.*, 2005)

Un calcul préalable (Rospars *et al.*, 2005) permet de mettre immédiatement en évidence les limites d'une telle méthode d'homogénéisation, grâce à une comparaison effectuée entre le résultat (8) fourni par cette méthode et celui obtenu par une simulation par éléments finis. Compte tenu de l'uniformité de la charge appliquée en surface et de la répartition périodique des renforcements au sein du massif de sol, la résolution de ce problème par cette dernière approche se ramène à celle du problème auxiliaire, relatif à une cellule élémentaire de section carrée avec les conditions aux limites appropriées, de type oedométrique (figure 3, sur laquelle est indiqué le jeu de données utilisé dans les calculs). La partie droite de la figure 3 montre bien que, tandis que la méthode d'homogénéisation donne un facteur de report de charge uniforme sur toute la longueur des inclusions, égal à $\lambda \cong 0,99$ (trait plein vertical sur

le graphique de la figure), l'évaluation par voie numérique (symboles de forme carrée sur le graphique) montre que ce facteur de charge décroît rapidement à mesure que l'on s'approche des têtes d'inclusions, où il ne vaut plus que $\lambda \cong 0,27$.

3. Le sol renforcé vu sous l'angle d'un milieu biphasique

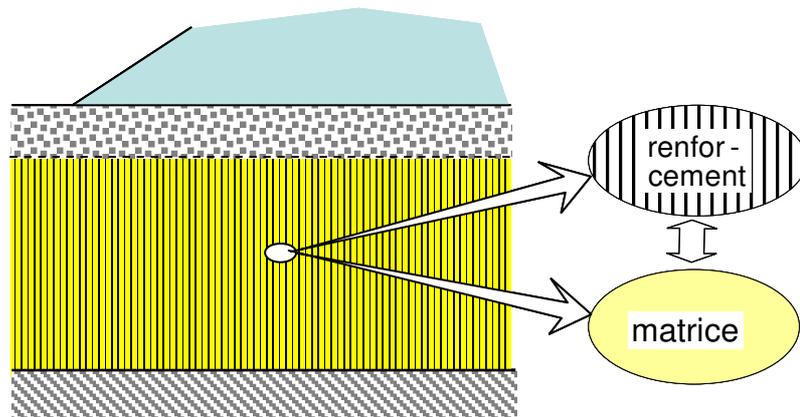


Figure 4. Principe de la modélisation biphasique du sol renforcé

L'objet de la modélisation multiphasique (en l'occurrence ici biphasique) du sol renforcé est précisément de continuer à tirer partie d'une approche de type homogénéisation, tout en remédiant aux insuffisances de cette dernière que nous venons de mettre en lumière. Nous nous limiterons ici à une présentation simplifiée de ce modèle, adaptée à notre problème spécifique, en renvoyant le lecteur intéressé par un exposé plus détaillé, relatif notamment à la construction de ce modèle, à de Buhan et Sudret (2000), Sudret et de Buhan (2001), ainsi que Bennis et de Buhan (2003) ou encore tout récemment Hassen et de Buhan (2005, 2006).

L'idée intuitive qui préside à l'élaboration d'une telle modélisation est double :

- ◇ Substituer au sol renforcé composite, non pas un seul comme dans la méthode d'homogénéisation, mais deux milieux continus homogènes superposés géométriquement, en interaction mutuelle, appelées «phases», qui représentent respectivement le sol et le réseau d'inclusions de renforcement à l'échelle macroscopique (figure 4).
- ◇ Prendre en compte le fait que la phase renforcement est l'équivalent continu tridimensionnel d'un réseau d'inclusions, vues sous l'angle de «poutres».

3.1. Contraintes et équilibre par phase

L'une des caractéristiques majeures de la modélisation biphasique d'un sol renforcé, est de définir les efforts intérieurs et extérieurs, ainsi que d'exprimer l'équilibre, pour chaque phase

séparément. Le massif renforcé de la figure 2 est ainsi modélisé par deux systèmes disjoints (mais géométriquement superposés) : figure 5.

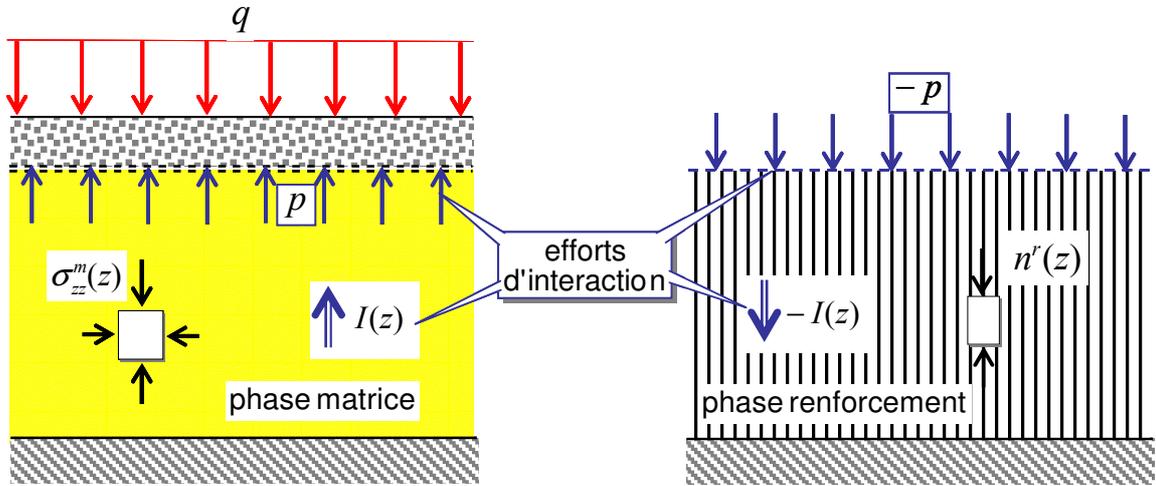


Figure 5. Efforts intérieurs et extérieurs à chacune des phases

- ◇ Le premier système constitué de la phase matrice relative à la couche renforcée surmontée du matelas granulaire.
- ◇ Le second système formé de la phase renforcement représentant le réseau d'inclusions.

En l'absence des forces de pesanteur, l'équation d'équilibre dans la phase renforcement s'écrit:

$$\frac{dn^r}{dz}(z) - I(z) = 0 \quad (9)$$

où n^r est la contrainte uniaxiale représentant l'effort axial dans les inclusions de renforcement par unité de surface transversale, tandis que $-I$ est une densité volumique d'effort vertical décrivant en tout point, à l'échelle macroscopique du modèle biphasique, l'action par frottement latéral du sol sur les inclusions. De même, l'équation d'équilibre dans la phase matrice, projetée sur la direction verticale, s'écrit :

$$\frac{d\sigma_{zz}^m}{dz}(z) + I(z) = 0 \quad (10)$$

où σ_{zz}^m est la contrainte verticale (supposée principale) dans la phase matrice et I est la densité volumique d'effort interaction représentant en tout point l'action de la phase renforcement sur la phase matrice.

Un second type d'effort d'interaction entre les deux phases est à prendre en compte au niveau du plan de supérieur de la couche renforcée où sont localisées les têtes d'inclusions ($z=H$). Celui-ci est représenté par une densité surfacique, notée p (comme «pointe»), qui agit sur la phase matrice, de sorte que l'équation d'équilibre (10) doit être complétée par l'équation suivante :

$$\sigma_{zz}^m(z = H^+) - \sigma_{zz}^m(z = H^-) + p = 0 \quad (11)$$

qui fait apparaître une discontinuité de la contrainte verticale dans la phase matrice au franchissement du plan ($z=H$). En ce qui concerne la phase renforcement, l'existence de cette densité surfacique de forces d'interaction se traduit par la condition aux limites :

$$n^r(z = H) = -p \quad (12)$$

3.2. Comportement de chaque phase et lois d'interaction

Désignant respectivement par $m(z)$ et $r(z)$ les déplacements *comptés positivement vers le bas* (tassements) à la côte z dans les phases matrice et renforcement (avec bien évidemment $m(0)=r(0)=0$), le comportement élastique des phases se traduit par les équations :

$$\sigma_{zz}^m = -E_m^{\text{oed}} \frac{dm}{dz} \quad \text{et} \quad n^r = -\alpha^r \frac{dr}{dz} \quad (13)$$

où E_m^{oed} est le module oedométrique de la phase et α^r la raideur des inclusions de renforcement par unité de surface transversale.

De même on peut postuler des lois d'interaction de la forme :

$$I = -c^I(r - m) \quad (14)$$

pour l'interaction de frottement latéral, où c^l désigne la raideur correspondante, ainsi que :

$$p = -c^p(r(H) - m(H)) \quad (15)$$

pour l'interaction en pointe des inclusions, avec la raideur associée c^p .

4. Mise en œuvre du modèle biphasique

Le modèle décrit précédemment est maintenant appliqué à la résolution du problème de tassement de la couche de fondation renforcée, schématisé sur la figure 2. La combinaison des équations d'équilibre (9) et (10) et des équations de comportement élastique (13) et (14) conduit au système différentiel suivant dans la zone renforcée ($0 \leq z \leq H$) :

$$\begin{cases} E_m^{\text{oed}} \frac{d^2 m}{dz^2} + c^l (r - m) = 0 \\ \alpha^r \frac{d^2 r}{dz^2} - c^l (r - m) = 0 \end{cases} \quad (16)$$

Par ailleurs, la combinaison des équations (12) et (15) ainsi que de la seconde équation de (13) donne :

$$\alpha^r \frac{dr}{dz}(H) + c^p [r(H) - m(H)] = 0 \quad (17)$$

De même l'équation d'équilibre (11), associée à la première équation de comportement (13), ainsi qu'à (15), et en tenant compte du fait que $\sigma_{zz}^m(z = H^+) = -q$, conduit à :

$$E_m^{\text{oed}} \frac{dm}{dz}(H) = q + c^p [r(H) - m(H)] \quad (18)$$

La solution du système différentiel (16), auquel sont associées les équations (17) et (18), ainsi que les conditions aux limites $m(0)=r(0)=0$, s'obtient analytiquement (Cartiaux, 2006). On a ainsi pour les tassements respectifs des phases matrice et renforcement :

$$\begin{cases} m(z) = \frac{q}{E_m^{\text{oed}} + \alpha^r} \left[z + l \frac{\alpha^r}{E_m^{\text{oed}}} \frac{\sinh(z/l)}{\cosh(H/l) + \kappa \sinh(H/l)} \right] \\ r(z) = \frac{q}{E_m^{\text{oed}} + \alpha^r} \left[z - l \frac{\sinh(z/l)}{\cosh(H/l) + \kappa \sinh(H/l)} \right] \end{cases} \quad (19)$$

où l est une *longueur caractéristique* définie par :

$$l = \sqrt{\frac{\alpha^r E_m^{\text{oed}}}{c^l (\alpha^r + E_m^{\text{oed}})}} \quad (20)$$

tandis que κ est un paramètre sans dimension défini par :

$$\kappa = lc^p \left(\frac{\alpha^r + E_m^{\text{oed}}}{\alpha^r E_m^{\text{oed}}} \right) \quad (21)$$

Les expressions de la contrainte verticale dans la phase matrice et de la contrainte axiale dans la phase renforcement sont par ailleurs :

$$\begin{cases} \sigma_{zz}^m(z) = \frac{-q}{E_m^{\text{oed}} + \alpha^r} \left[E_m^{\text{oed}} + \alpha^r \frac{\cosh(z/l)}{\cosh(H/l) + \kappa \sinh(H/l)} \right] \\ n^r(z) = -\frac{\alpha^r}{E_m^{\text{oed}} + \alpha^r} q \left[1 - \frac{\cosh(z/l)}{\cosh(H/l) + \kappa \sinh(H/l)} \right] \end{cases} \quad (22)$$

On observe alors immédiatement qu'un tel modèle biphasique constitue une généralisation de la méthode d'homogénéisation, puisque dans le cas où le coefficient d'interaction c^l tend vers l'infini, c'est-à-dire lorsque les phases matrice et renforcement sont décrites par le même champ de déplacement (modèle biphasique avec *adhérence parfaite*), la longueur caractéristique l tend vers zéro, et le tassement du massif en surface vaut :

$$\delta = m(H) = r(H) = \frac{qH}{E_m^{\text{oed}} + \alpha^r} \quad (23)$$

retrouvant ainsi le même résultat que celui donné par l'équation (5), à la condition d'identifier le module oedométrique vertical de la matrice à celui de sol, et la raideur axiale de la phase renforcement à celle des inclusions de renforcement par unité de surface transversale :

$$E_m^{\text{oed}} \equiv E_s^{\text{oed}}, \quad \alpha^r \equiv \eta E_b \quad (24)$$

La figure 6 représente sur un exemple les courbes donnant d'une part le profil des tassements subis respectivement par les phases matrice et renforcement (figure 6(a)), ainsi que les distributions correspondantes des contraintes dans ces mêmes phases (figure 6(b)). Concernant ce dernier point, on retrouve bien notamment l'allure de la variation de la contrainte dans les renforts en fonction de la profondeur, exprimée en terme de facteur de report de charge $\lambda = -n^r / q$, qui avait été observée sur la simulation numérique par éléments finis (figure 3). On a également reporté sur ces mêmes figures la longueur l précédemment introduite (équation (20)), qui peut s'interpréter comme la profondeur caractéristique sur laquelle la solution donnée par le modèle multiphasique s'écarte notablement de celle donnée par la méthode d'homogénéisation.

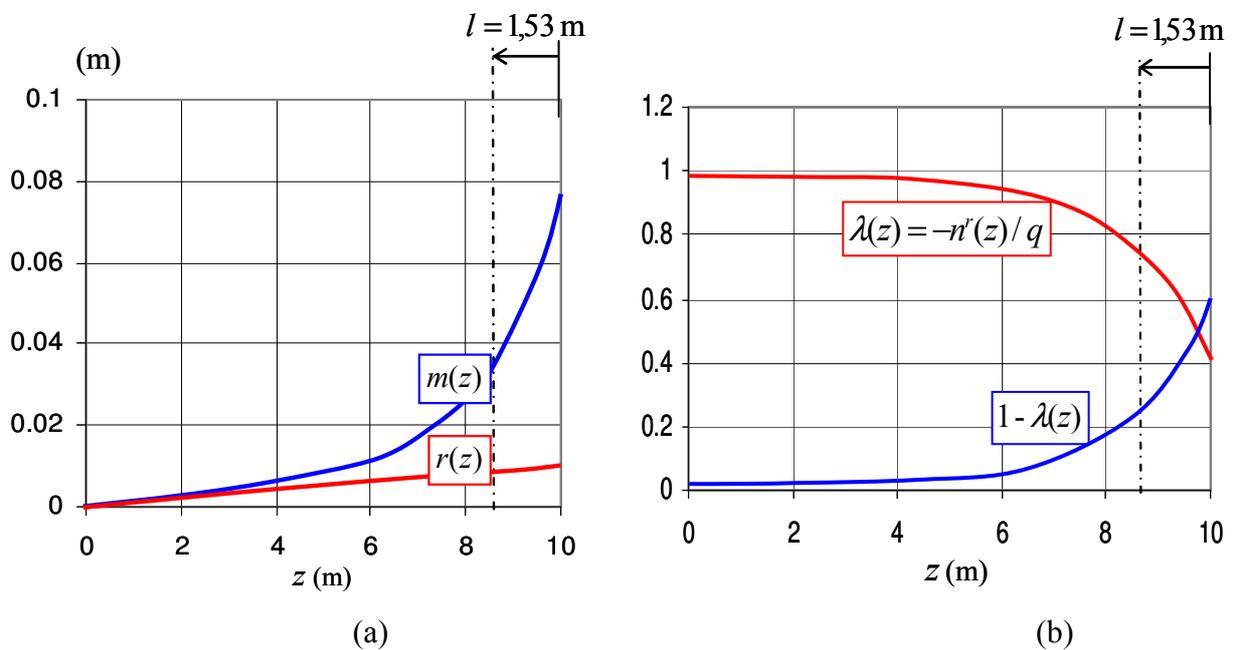


Figure 6. Profils de tassements et de contraintes dans les phases matrice et renforcement

5. Identification numérique des paramètres d'interaction du modèle biphasique (Gellée, 2005 ; Cartiaux, 2006)

Le point crucial concernant la possibilité de mettre en œuvre le modèle biphasique reste l'identification de ses paramètres de comportement (E_m^{oed} , α^r , c^l , c^p) à partir des caractéristiques du sol renforcé. Si une telle identification est immédiate en ce qui concerne les deux premiers paramètres, relatifs au comportement élastique des phases (voir l'équation (24) ci-dessus), il n'en est pas de même pour ce qui est des coefficients d'interaction latérale et de pointe. Nous allons montrer comment une telle identification est réalisable à partir d'un calage de la solution analytique en déplacements donnée par (19) sur les simulations numériques du problème.

Le principe d'une telle identification des paramètres d'interaction est décrit sur la figure 7. Elle consiste à remarquer que la valeur des tassements respectifs des phases matrice et renforcement à la côte z peut être évaluée comme la moyenne calculée sur la section droite de la cellule représentative du sol renforcé, de la distribution des tassements du sol et de l'inclusion de renforcements à cette même côte z . Ce que l'on peut écrire :

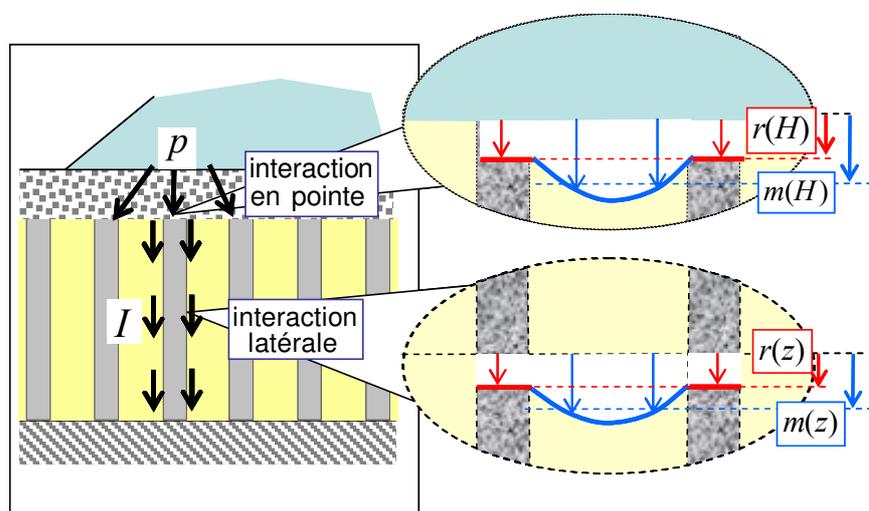


Figure 7. Principe de l'identification des coefficients d'interaction du modèle biphasique

$$m(z) = -\frac{1}{|A^s(z)|} \int_{A^s(z)} \xi_z(x, y, z) dx dy, \quad r(z) = -\frac{1}{|A^r(z)|} \int_{A^r(z)} \xi_z(x, y, z) dx dy \quad (25)$$

où $A^r(z)$ et $A^s(z)$ désignent respectivement les sections transversales à la côte z des parties de la cellule occupées par le sol et l'inclusion. En pratique, cette opération de moyenne des déplacements est réalisée à partir de l'exploitation des résultats des calculs par éléments finis effectuée sur le quart de la cellule élémentaire de sol renforcé, soumise à une sollicitation de compression oedométrique. La figure 8 montre la déformée de cette structure, maillée par des éléments tétraédriques, à l'aide du logiciel Castem, la densité de maillage étant bien évidemment plus forte au voisinage de l'endroit où la tête d'inclusion est en contact avec le matelas granulaire. Dix paliers de mesure sont définis au sein du maillage, plus rapprochés en haut qu'en bas de la structure, où sont calculés d'une part la moyenne des tassements dans le sol et l'inclusion par intégration numérique des équation (25), d'autre part les efforts repris respectivement par le sol et par l'inclusion (Gellée, 2005 : Cartiaux, 2006).

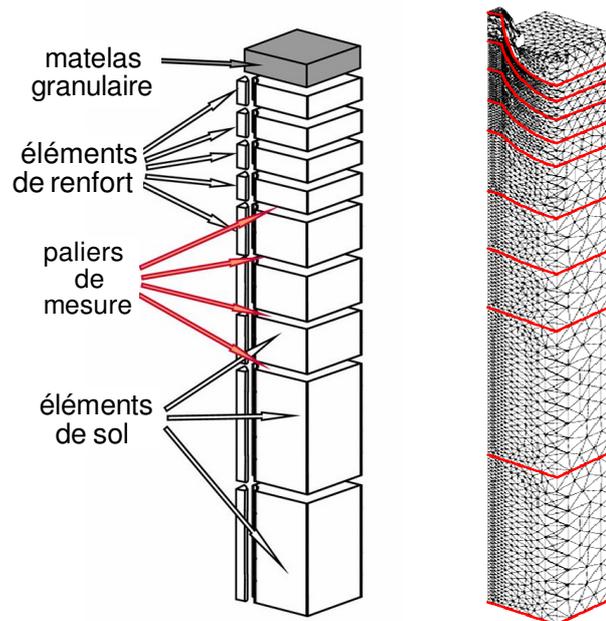


Figure 8. Maillage par éléments finis du quart de la cellule élémentaire de sol renforcé

Il est ainsi possible, pour un jeu de données fixé, de tracer les profils numériques de tassement en fonction de la profondeur, puis d'identifier les paramètres d'interaction par ajustement avec les courbes analytiques correspondantes. La figure 9 illustre une telle procédure appliquée à une configuration type définie par le jeu de paramètres géométriques et mécaniques suivant :

$$\begin{aligned}
 E_s &= 10 \text{ MPa} ; E_b = 30000 \text{ MPa} ; \nu_s = \nu_b = 0,3 ; H = 10 \text{ m} \\
 \eta &= 0,03 ; e = 2 \text{ m} ; h = 0,5 \text{ m} ; E_g = 30 \text{ MPa} ; \nu_g = 0,3
 \end{aligned}
 \tag{26}$$

La figure 9(a) montre les profils de tassements en fonction de la hauteur, déterminés par voie numérique (points) et par voie analytique (courbes en traits pleins), ces dernières étant ajustées en fonction des paramètres d'interaction c^l et c^p , de façon à rendre minimum l'écart moyen quadratique. On observe un très bon accord entre ces courbes analytiques et les points numériques, qui est confirmé par la figure 9(b), montrant la façon dont se répartit la charge appliquée ($q=1\text{MPa}$) entre le sol et les renforts en fonction de la profondeur.

Systématisant une telle démarche, une étude paramétrique a été entreprise (Gellée, 2005), puis prolongée (Cartiaux, 2006), qui a permis d'établir des formules analytiques simples donnant la valeur des paramètres d'interaction du modèle multiphasique en fonction des différents paramètres géométriques et mécaniques qui définissent le problème du tassement d'une couche renforcée soumise à une charge uniforme. Les expressions trouvées sont les suivantes (Cartiaux, 2006) :

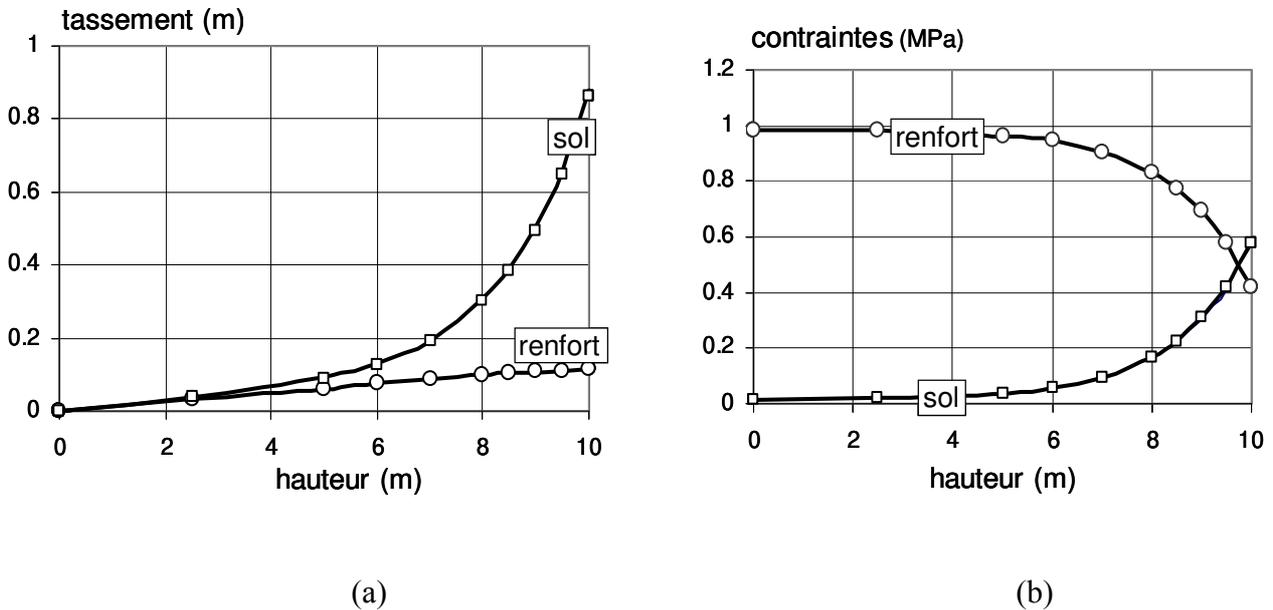


Figure 9. Calage des courbes analytiques (traits pleins) et numériques (points)

◇ Coefficient d'interaction latérale.

$$c^l = c_0^l \eta \left(\frac{\eta + \eta_0^l + \eta_1^l}{\eta + \eta_1^l} \right) (1 - 2\nu_s / 3) \frac{E_s}{e^2} \quad (27a)$$

où les paramètres sans dimension valent :

$$c_0^l = 35,0 ; \eta_0^l = 0,055 ; \eta_1^l = 0,0025 \quad (27b)$$

◇ *Coefficient d'interaction en pointe*

$$c^p = \eta \left(\frac{\eta + \eta_0^p + \eta_1^p}{\eta + \eta_1^p} \right) \left(\frac{e_0}{e} + \frac{h_0}{h} \right) E_s \quad (28a)$$

avec:

$$\eta_0^p = 0,025 ; \eta_1^p = 0,0025 ; e_0 = 5 ; h_0 = 0,7 \quad (28b)$$

Il est important de noter que la validité de ces formules est assurée tant que :

$$\eta < 0,2 \quad \text{et} \quad h > 0,2 e \quad (29)$$

c'est-à-dire qu'elles fournissent une évaluation des coefficients d'interaction avec une très bonne précision, puisque l'erreur relative demeure toujours inférieure à 3%. La première condition est en pratique toujours satisfaite, tandis que la seconde exige que le matelas de répartition soit d'une épaisseur suffisante au regard de l'espacement entre les inclusions.

La formule (27a) donnant l'expression du coefficient d'interaction latérale c^l montre que, toutes choses étant égales par ailleurs, en particulier à fraction volumique du renforcement η fixée, ce coefficient varie en proportion inverse du carré de l'espacement e entre les inclusions. Il en résulte que le fait de resserrer le réseau d'inclusions (en réduisant corrélativement leur diamètre de façon à garder la fraction volumique constante : équation (1)), conduit à une augmentation de ce coefficient, et donc en vertu de la définition (20) à une diminution de la longueur l de la zone d'accrochage où le chargement se transmet progressivement aux inclusions par le biais du frottement latéral.

6. Un exemple d'application

L'intérêt principal du modèle multiphasique ici proposé, réside dans le fait, qu'une fois identifiés les paramètres d'interaction grâce aux expressions analytiques (27) et (28) établies sur le problème simplifié d'un massif renforcé d'extension infinie soumis à une surcharge uniforme, il permet de traiter une grande variété d'ouvrages mettant en jeu une technique de renforcement par inclusions rigides, sans restriction particulière concernant la géométrie de la zone renforcée ou le chargement appliqué en surface. Un code de calcul par éléments finis mettant en œuvre une telle modélisation multiphasique a été développé (Hassen et de Buhan, 2005) qui permet la simulation numérique du comportement de ce type d'ouvrage, et notamment le calcul des tassements engendrés par l'application d'un chargement. La figure 10 donne l'exemple d'un sol de fondation compressible devant supporter la surcharge consécutive à la construction d'un remblai de plate forme en surface. En raison de la symétrie du problème, seule une moitié de l'ouvrage est modélisée en conditions de déformations planes dans le plan transversal à l'axe du remblai. L'ensemble des données géométriques et mécaniques du problème est résumé sur la figure 10.

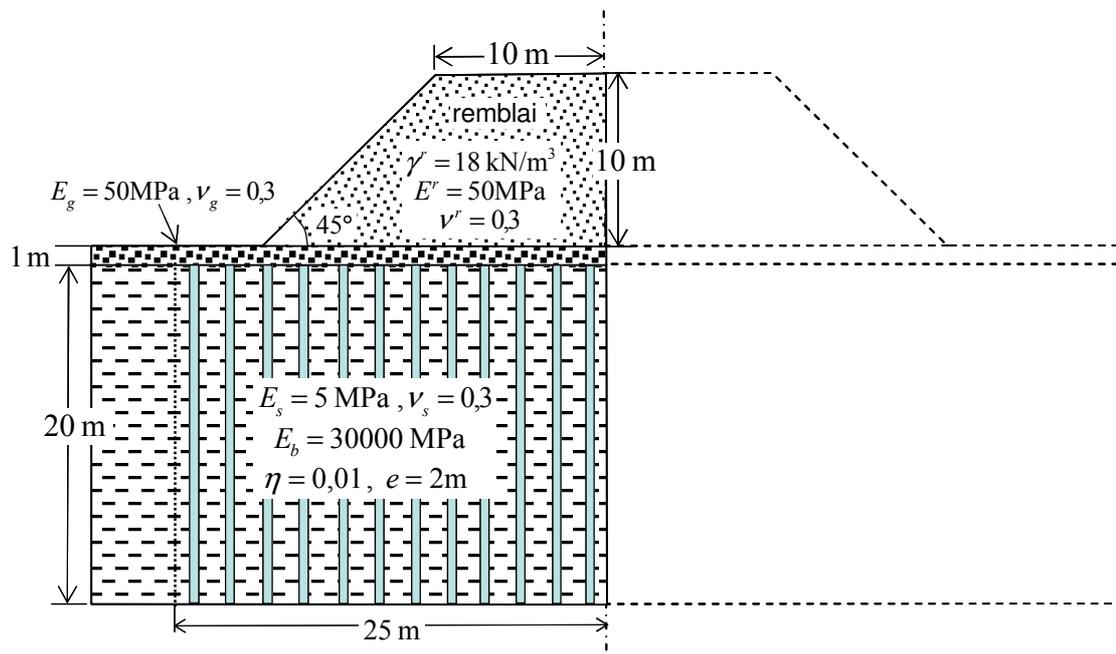


Figure 10. Calcul du tassement d'un sol renforcé par inclusions rigides soumis à l'action du poids d'un remblai

Les paramètres à entrer dans le calcul par éléments finis mettant en œuvre le modèle biphasique sont donnés par les équations (24), (27) et (28), soit :

$$\alpha^r = 300 \text{ MPa} , \quad c^l = 1,89 \text{ MPa/m}^2 , \quad c^p = 4,8 \text{ MPa/m} \quad (30)$$

La déformée de l'ouvrage sous l'action du chargement représenté par le poids du remblai est représentée sur la partie droite de la figure 11, tandis que la partie gauche de cette même figure représente la carte des isovaleurs du tassement vertical au sein de l'ouvrage, qui montre clairement, comme l'on pouvait s'y attendre, que le tassement maximal est obtenu sur l'axe de symétrie de l'ouvrage.

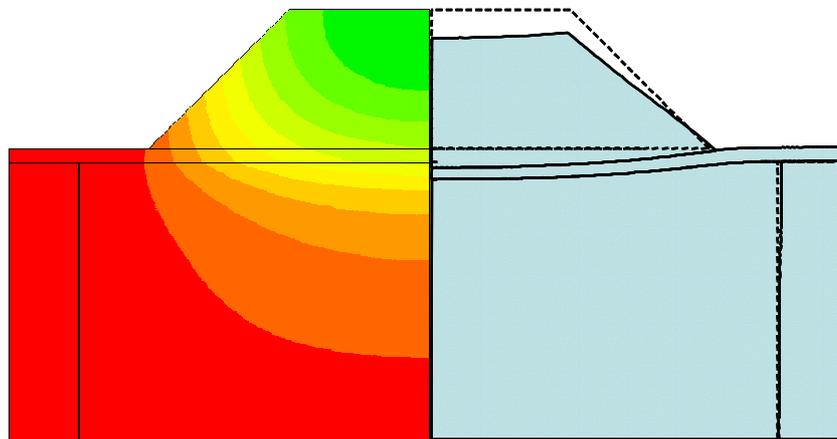


Figure 11. Déformée de l'ouvrage et isovaleurs du tassement

La figure 12 permet de préciser les choses d'un point de vue quantitatif. Elle montre les profils de tassement calculés le long de l'axe de symétrie de l'ouvrage dans les trois situations suivantes :

- ◇ Cas du sol *non renforcé*. Le profil est quasi-linéaire, la valeur maximale du tassement en surface étant égale à environ 42 cm.
- ◇ Cas du sol renforcé, traité par la *méthode d'homogénéisation* (obtenue à partir du modèle multiphasique en prenant de très grandes valeurs pour les coefficients d'interaction). Le profil est là encore quasi-linéaire, mais la valeur maximale du tassement en surface n'étant plus qu'à peine supérieure à 1cm.
- ◇ Enfin la troisième courbe intermédiaire se réfère au calcul par le modèle multiphasique qui prend en compte les interactions latérale et de pointe par le biais des coefficients c^l et c^p . On observe que la courbe correspondante est confondue avec celle calculée par la méthode

d'homogénéisation jusqu'à une hauteur d'environ 13m, puis qu'elle s'en écarte très sensiblement au fur et à mesure que l'on s'approche de la surface. Le tassement maximal est égal à plus de 3cm, soit presque trois fois supérieur à celui évalué par la méthode d'homogénéisation. La figure 13 qui représente la distribution d'efforts dans les renforcements, sous la forme de courbes d'isovaleurs, montre qu'une fraction importante de la surcharge (à peu près égale à $18\text{kN/m}^3 \times 10\text{m} = 180\text{kPa}$) est reprise par les inclusions de renforcement, notamment dans la partie centrale inférieure de la zone renforcée.

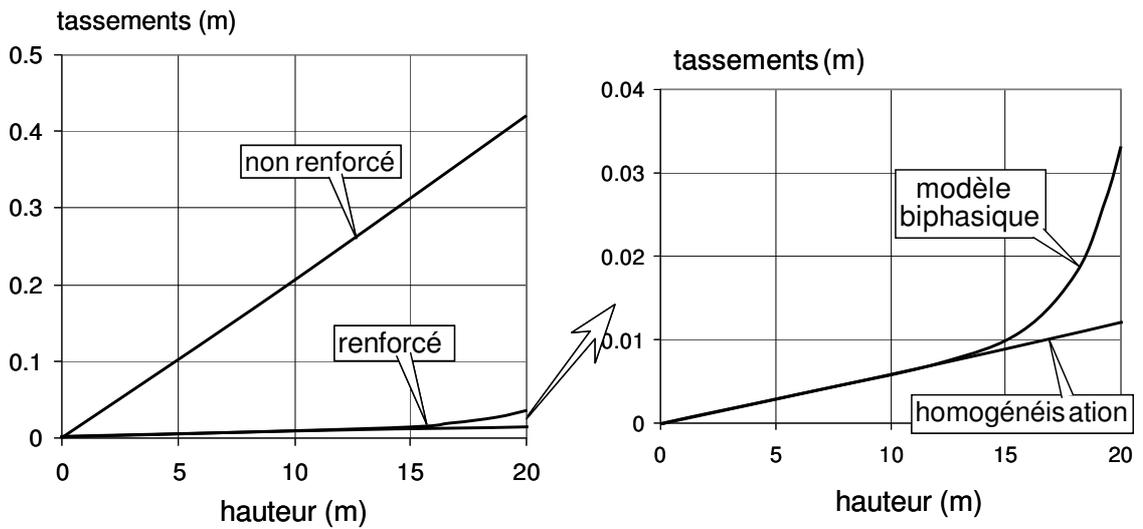


Figure 12. Profils de tassement dans la couche de sol sur l'axe de symétrie

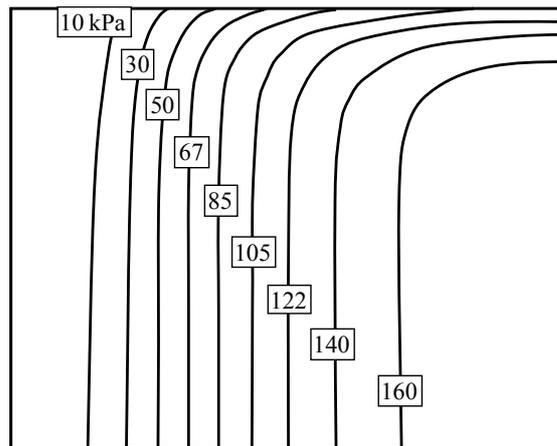


Figure 13. Isovaleurs de la contrainte de compression dans la phase renforcement

7. Conclusion

Le modèle multiphasique ici présenté fournit un outil rapide et performant pour le calcul et le dimensionnement des sols de fondation renforcés par inclusions rigides, qui prend explicitement en compte, par le biais de coefficients préalablement identifiés, les mécanismes d'interaction latérale et en pointe des inclusions de renforcement avec le sol environnant. Dans la situation simple de référence d'un sol d'extension horizontale infinie renforcé par une distribution périodique d'inclusions soumis à une surcharge verticale uniforme, on dispose d'ores et déjà de cet outil, qui se réduit à l'application directe de formules analytiques donnant les profils de tassements et d'efforts en fonction de la profondeur. Dans une configuration plus générale telle que celle traitée dans cet article, le modèle multiphasique intégré dans un code de calcul par éléments finis, permet un gain de temps considérable par rapport à une application directe de la méthode des éléments finis, qui aurait conduit à un maillage tridimensionnel extrêmement complexe de la zone renforcée, et par voie de conséquence à des temps de calcul prohibitifs.

Parmi les nombreuses perspectives de prolongement du présent travail, on peut plus particulièrement citer :

◇ La prise en compte des efforts de cisaillement et de flexion susceptibles de se développer dans les inclusions de renforcement lorsque le chargement comporte une composante latérale (cas de sollicitations de type sismique : Hassen et de Buhan, 2005). Il conviendra alors de tenir compte non seulement des interactions longitudinales (c'est-à-dire parallèles aux inclusions de renforcement), comme nous l'avons fait ici, mais également d'interactions transversales, analogues à celles décrites pour les pieux de fondations profondes par les courbes « $p-y$ » (Frank, 1995), de même que les interactions longitudinales renvoient aux courbes « $t-z$ ».

◇ L'identification de lois d'interaction de type élastoplastique offrant une description plus réaliste du comportement des matériaux, notamment au voisinage des têtes d'inclusions où les concentrations de contrainte laissent à penser qu'aussi bien le matelas granulaire que le sol sous-jacent sont sollicités bien au-delà de leur domaine d'élasticité. On pourra se limiter, au moins dans un premier temps, à des lois élastiques parfaitement plastiques (Bennis et de Buhan, 2003), pour lesquelles il s'agira d'identifier par le même type de procédure que celle utilisée dans cet article pour l'élasticité, les seuils de plasticité parfaite.

8. Références

- Alexiew D., Vogel W. (2002). Remblais ferroviaires renforcés sur pieux en Allemagne : projets phares . *Travaux*, 786, pp. 47-52.
- Bennis M. de Buhan P. (2003). A multiphase constitutive model of reinforced soils accounting for soil-inclusion interaction behaviour. *Math. Comput. Modelling*, 37, pp. 469-475.
- Bernaud D., de Buhan P. Maghous S. (1995). Calcul numérique des tunnels boulonnés par une méthode d'homogénéisation. *Revue Française de Géotechnique*, 73, pp. 53-65.
- Briançon L. (2003). Renforcement des sols par inclusions rigides : état de l'art en France et à l'étranger. IREX, Paris, 185 p.
- Briançon L., Kastner R., Simon B., Dias D. (2004). Etat des connaissances : amélioration des sols par inclusions rigides, *Symposium International ASEP-GI*, Dhouib et al (eds), pp. 15-43.
- de Buhan P; Sudret B. (2000). Micropolar multiphase model for materials reinforced by linear inclusions. *Eur. J. Mech. A/Solids*, 19, pp. 669-687.
- Cartiaux F.-B. (2006) *Contribution au développement d'un modèle de calcul multiphasique des ouvrages renforcés par inclusions rigides*. Mémoire de stage d'option scientifique, Ecole polytechnique, 69p.
- Combarieu O. (1988). Amélioration des sols par inclusions rigides verticales. Application à l'édification de remblais sur sols médiocres. *Revue Française de Géotechnique*, 44, pp. 57-79.
- Gellée A. (2005) *Contribution au calcul des sols renforcés par inclusions rigides*. Mémoire de stage scientifique, ENPC, 67p.
- Greuell E., de Buhan P., Panet M., Salençon J. (1994). Behaviour of tunnels reinforced by untensioned bolts. *13th ICSMFE*, New-Dehli, pp. 869-872.
- Hassen G., de Buhan P. (2005). A two-phase model and related numerical tool for the design of soil structures reinforced by stiff linear inclusions. *Eur. J. Mech. A/Solids*, 24, pp. 987-1001.
- Hassen G., de Buhan P. (2006). Elastoplastic multiphase model for simulating the response of piled raft foundations subject to combined loadings. *Int. J. Num. An. Meth. Geomech.*, 30, pp. 843-864.
- Jenck O., Dias D., Kastner R. (2005). Soft ground improvement by vertical rigid piles. Two-dimensional physical modelling and comparison with current design methods. *Soils and Foundations*, vol. 45, n°6, pp. 15-30.
- Lacazedieu M., Plomteux C., Corbet S., Shaw-Smith E. (2004) Usage intensif de CMC pour l'amélioration de sol sur la « Newport Southern Distributor Road » (UK). *16^{ème} ICSMGE*, Osaka, pp. 1215-1218.

Liausu Ph., Pezot B. (2001). Renforcement des sols mous par colonnes à module contrôlé. 15^{ème} ICSMGE, Istanbul.

Pecker A. (1998). Capacity design principles for shallow foundations in seismic areas. *Keynote lecture, 11th Eur. Conf. Earthquake Eng.*, Paris.

Pecker A., Teyssandier J.P. (1998). Seismic design for the foundations of the Rion-Antirion bridge. Paper number 13311, *Proc. ICE, Geotechnical Engineering*, 131, pp. 4-11.

Rospars C., Bourgeois E., Humbert P., de Buhan P. (2005). Un modèle de calcul simplifié pour l'évaluation du tassement d'un massif de fondation renforcé par inclusions rigides. 16^{ème} ICSMGE, Osaka, pp. 855-858.

Sudret B., de Buhan P. (2001). Multiphase model for inclusion-reinforced geostructures. Application to rock-bolted tunnels and piled raft foundations. *Int. J. Num. An. Meth. Geomech.*, 25, pp. 155-182.

*

*

*